
PROVA D'APTITUD PERSONAL (PAP)
PER A L'ACCÉS ALS GRAUS EN EDUCACIÓ INFANTIL I PRIMÀRIA

COMPETÈNCIA LOGICOMATEMÀTICA

Normes generals de correcció:

- La prova s'estructura en dues seccions. Una **primera secció** amb 10 qüestions de resposta immediata i una **segona secció** que inclou 5 problemes que s'han de resoldre responnent a les 10 altres qüestions associades.
- Cada qüestió de la **primera secció** ha de ser valorada en funció de la resposta que s'hagi escrit al quadern de la prova dins l'espai de resposta habilitat, amb un 1 = resposta correcta, 0 = resposta incorrecta. No es contemplen casos de valoració intermèdia i no es valora el procés de resolució.
- Cada qüestió de la **segona secció** té assignada una puntuació màxima de 1,5 punts. Es valorarà tant la validesa de la resposta com del procés de resolució utilitzat. La valoració d'aquestes qüestions es mouran dins el rang de 0 punts fins a 1,5 punts, tenint en compte ambdós aspectes.
- Els criteris de correcció, posats a disposició dels correctors, posen èmfasi especial en donar indicacions als correctors per a poder valorar la **segona secció** desglossant en quins casos es pot donar una puntuació d'entre: 0 | 0,5 | 1 | 1,5.
- En el present document es **donen respostes i es descriuen exemples de processos de resolució que s'han considerat vàlids**.
- La puntuació màxima de la prova és de **25 punts**. La puntuació sobre 10 es determina de forma proporcional.

Qüestió	Tipus	Resposta correcta	Puntuació	Observacions
Primera secció				
Q1	Immediata	525 o 525 Km o 525 Kilòmetres	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q2	Immediata	4 o 4 triangles o 4 triangles blancs	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q3	Immediata	Oliva Farcides d'Anxova	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q4	Immediata	48	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q5	Immediata	Dau 2	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q6	Immediata	El mes de Març	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q7	Immediata	5760 kW per dia, les dues neveres o 2880 kW per dia, per a cada nevera	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q8	Immediata	2 o 2 eixos de simetria	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q9	Immediata	0,84	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Q10	Immediata	$34\% \leq \text{Resposta} \leq 35\%$	0-1	1 = correcta, 0 = incorrecta
Segona secció				
Q11	Oberta	90 o 90 fitxes blanques	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q12	Oberta	20 fitxes negres, 380 fitxes blanques	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q13	Oberta	D'abril 2019 a octubre 2019 2019M04 a 2019M10	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q14	Oberta	Vertadera	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q15	Oberta	$1 \text{ Km} \leq \text{Resposta} \leq 1,1 \text{ Km}$	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q16	Oberta	1 paquet o 1 paquet de 8 rotlles	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q17	Oberta	Longitud costats de la tanca: 3m i 4m i Àrea de joc del sorral = 12m^2	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q18	Oberta	48 o 48 làmines de drenatge	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q19	Oberta	$P(\text{aturar-se a rosa groga}) = \frac{3\pi}{9\pi} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0, \hat{3}$ (admetent com a resposta vàlida 0,3 o 0,33...)	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció
Q20	Oberta	Falsa	0 0,5 1 1,5	Vegeu els criteris de correcció

Primera secció

Les **10 primeres qüestions** que componen la primera secció tenen la correcció següent:

1 punt: Resposta correcta

0 punts: Resposta incorrecta

La taula precedent presenta un **resum de les respostes que es poden considerar correctes**. En cas que el corrector hagi considerat que el candidat ha donat una *resposta correcta i equivalent a les exemplificades*, pot atorgar-li la puntuació màxima d'1 punt.

Segona secció

Aquesta secció conté **cinc problemes**, cadascun dels quals inclou dues qüestions. S'ha valorat tant la resposta a cada qüestió com el procés seguit per a resoldre-la. Cada qüestió té assignada una **puntuació màxima de 1,5 punts**. En termes general, la puntuació es distribueix de la següent forma:

1,5 punts: Dona una resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte,

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada o incompleta,

0,5 punt: Dona la resposta correcta però aporta una justificació poc precisa,

0 punts: Resta de casos.

Com que cada problema, i cada qüestió, té característiques diferents, es mostren a continuació les respostes correctes i **exemples de processos de resolució considerats correctes** en la valoració de cada qüestió.

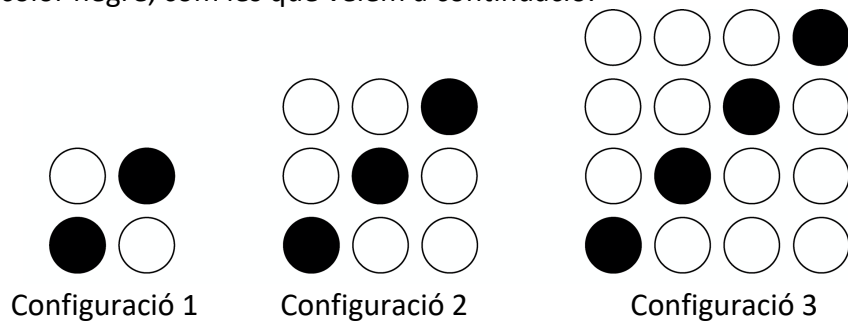
Segona secció

Aquesta secció conté cinc problemes, cadascun dels quals inclou dues qüestions. Cada qüestió té assignada una puntuació màxima d'1,5 punts.

Es valorarà el resultat de cada qüestió i, principalment, el procés de resolució que s'hagi seguit. Per tant, caldrà que doneu la resposta i la justificació amb explicitació del procés de resolució utilitzat. Escriviu les respostes i les justificacions en l'espai assignat.

Problema 1

La Lua i la Naia juguen a construir configuracions amb fitxes de color blanc i fitxes de color negre, com les que veiem a continuació.



Q11. Si ara volen fer una configuració que tingui 10 fitxes de color negre, quantes fitxes de color blanc necessitaran? Justifiqueu la resposta.

Resposta: 90 o 90 fitxes blanques.

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

- Tècnica gràfica o dibuix del patró geomètric de construcció fins arribar a la configuració amb 10 fitxes negres a la diagonal, incloent la justificació oportuna.
- Raonament pre-algebraic del patró geomètric detectat a partir del dibuix del patró geomètric.
- Construcció d'una taula on es relacioni el pas o configuració amb nombre de fitxes blanques i nombre de fitxes negres.
- Deducció a partir de l'expressió algebraica del patró, del tipus:

Opció 1: Es dedueix que el nombre total de fitxes: $(pas + 1) \times (pas + 1)$ i un total de fitxes negres: $pas + 1$ (diagonal del quadrat).

Opció 2: Es dedueix que fitxes blanques: $(pas) \times (pas + 1)$.

Opció 3: Se cerca el patró per blanques i negres:

$$\text{Nombre de fitxes blanques} = (pas+1) \times (pas+1) - (pas+1)$$

$$\text{Nombre de fitxes negres} = pas + 1.$$

Q12. Quan la Lua i la Naia han explicat el que feien als seus amics, s'han posat tots junts a fer una configuració del mateix tipus, ara, però, molt més gran. Entre tots han utilitzat 400 fitxes. Quantes d'aquestes fitxes són de color negre i quantes de color blanc? Justifiqueu les respostes.

Resposta:

Nombre de fitxes de color negre: 20 fitxes negres

Nombre de fitxes de color blanc: 380 fitxes blanques

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona la resposta correcta i fa servir un procés de resolució correcte

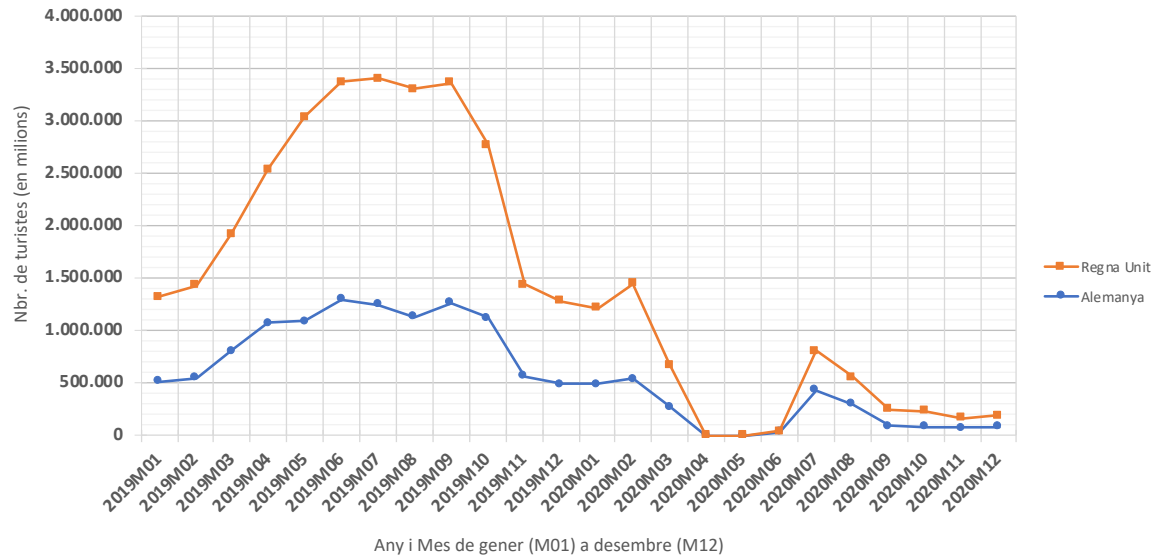
- Deducció a partir d'una taula on es relacionin correctament: pas o configuració, nombre de fitxes blanques, nombre de fitxes negres i/o fitxes totals. Per exemple:

Configuració	Fitxes blanques	Fitxes negres	Fitxes totals
1	2	2	4
2	3	6	9
3	4	12	16
4	5	20	25
...
18	19	$19^2 - 19 = 342$	$19^2 = 361$
19	20	$20^2 - 20 = 380$	$20^2 = 400$
20	21	$21^2 - 21 = 420$	$21^2 = 441$

- Usant l'expressió algebraica general del patró, per exemple:
 - Si han usat la primera opció de patró (descrita prèviament a Q11) utilitzen que 400 és quadrat de 20. D'aquí dedueixen que la configuració correspon a un quadrat 20×20 , amb 20 fitxes negres a la diagonal. Aleshores, dedueix que hi ha 380 fitxes blanques.
 - Si han utilitzat la tercera proposta d'expressió algebraica general del patró (descrita prèviament a Q11): nombre de fitxes blanques és $(pas+1) \times (pas+1) - (pas+1)$. Si el nombre de fitxes és 400, usem que és el quadrat de 20 i deduïm que $(pas+1)$ és 20. Així, el pas és 19, el nombre de fitxes blanques és $= 20 \times 20 - 20 = 380$ i el de negres és 20.

Problema 2

Cada any l'Institut Nacional d'Estadística (INE) publica les dades recollides per a saber com varien diversos indicadors econòmics. Un d'aquests indicadors és el nombre total de turistes segons el país de residència. El gràfic següent mostra els resultats d'aquest indicador del mes de gener (M01) del 2019 al mes de desembre (M12) del 2020, per als turistes que han visitat Espanya i tenen com a país de residència el Regne Unit o Alemanya.



Q13. D'acord amb les dades del gràfic anterior, en quin interval de mesos i anys el nombre de turistes anglesos i el nombre de turistes alemanys varen estar, en els dos casos, per sobre d'un milió de turistes? Justifiqueu la resposta.

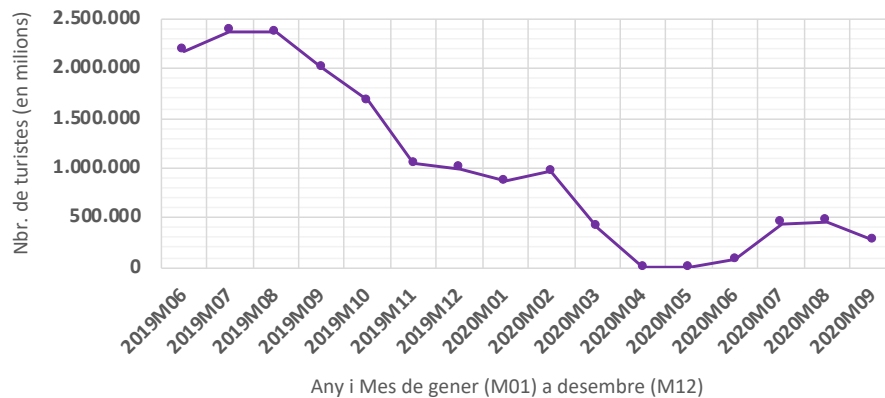
Resposta: Abril 2019 a Octubre 2019 o entre 2019M04 a 2019M10

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

- S'explicita la resolució gràfica, indicant en quins mesos i anys les dues corbes (turistes Regne Unit i turistes Alemanya) han superat 1 milió de turistes, per exemple:
 - Indicant la recta horitzontal $y = 1.000.000$ i marcant els valors de x (mesos i anys) als quals correspon $y \geq 1.000.000$.
 - Es marquen els valors de y que se situen per sobre de l'1 milió i s'indica i s'explicita l'interval de mesos i anys que corresponen.

Q14. El gràfic següent mostra el nombre total de turistes que han visitat Catalunya entre juny del 2019 i setembre del 2020. Observeu-lo i digueu si l’afirmació següent és vertadera o falsa: «Si comparem les dades en els mesos d’estiu — juny, juliol i agost— del 2019 i del 2020, el nombre total de turistes ha disminuït més del 70%.» Justifiqueu la resposta.



L’afirmació és **vertadera**

Justificació: Exemples de processos de resolució per a justificar la veracitat de l’afirmació:

1,5 punts: Es fa servir un procés de resolució correcte per a justificar que l’afirmació és vertadera

- S’identifica el número de turistes total que han visitat Catalunya durant els 3 mesos (juny, juliol i agost) de 2019 i de 2020, i:
 - Es calcula i compara quin ha estat el % de disminució en el nombre de turistes en cadascun d’aquests mesos, de 2019 i 2020 respectivament.
 - Es calcula el que suposa una disminució del 70% en aquests 3 mesos (per separat o en total) i es compara amb el valor real registrat (per separat o en total).

Problema 3

Una família de 4 persones consumeix anualment una mitjana de 119 rotlles de paper higiènic. Cada rotlle conté aproximadament 36 m de paper higiènic.

Q15. Quants kilòmetres de paper higiènic consumeix aproximadament de mitjana una persona en un any? Justifiqueu la resposta.

Resposta: 1,071 Km o $1 \text{ Km} \leq \text{Resposta} \leq 1,1 \text{ Km}$

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

- S'aproxima el nombre de rotllos que gasta una persona en un any (suposant que tots els membres de la família consumeixen el mateix):

$$119 \text{ rotlles} / 4 = 29,75 \text{ rotlles}$$

Es calculen els metres i Kilòmetres que corresponen: $29,75 \text{ rotlles} \times 36 \text{ m /rotlle} = 1071 \text{ m} \rightarrow 1071 \text{ m} \times 1\text{Km}/1000\text{m} = 1,071 \text{ Km}$.

- Mateix tipus de procediment, i s'arrodoneixen els càlculs en algun pas, per exemple, 30 rotlles individuals:

$$30 \text{ rotlles} \times 36 \text{ m/rotlle} = 1080 \text{ m} = 1,08 \text{ Km}$$

- S'admeten, per tant, com a resposta vàlida un valor entre 1 Km i 1,1 Km.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada¹

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, els quals queden explícits, però pot tenir alguna errada de càlcul, donant una resposta aproximada dins de l'interval acceptat següent:

$$0,5 \text{ km} < \text{Kilòmetres de paper higiènic} < 1,5 \text{ km}$$

¹ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Q16. El paper higiènic es ven en paquets de 8 rotlles. Quants paquets de paper higiènic caldrà que compri una família de 3 persones per a tenir-ne prou per a un mes? Justifiqueu la resposta.

Resposta: 1 paquet o 1 paquet de 8 rotlles

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

- 119 rotlles dividit entre 4 persones (suposant que tots els membres de la família consumeixen el mateix) = 29,75 rotlles per persona en un any. Es divideix entre 12 mesos, 2,48 rotlles per mes i per persona. I, es multiplica per les 3 persones de la família: 2,48 rotlles x 3 persones = 7,44 rotlles. Es conclou que un paquet seria suficient.
- Si el nombre de rotlles per persona en un any, s'aproxima per 30 rotlles. L'aproximació del que necessita una família de 3 persones en un mes, acaba sent aproximadament 7,5 rotlles. Aquest arrodoniment no faria variar la resposta d'1 paquet.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada²

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, els quals queden explícits, però pot tenir alguna errada de càlcul, donant una resposta aproximada dins de: $1 < \text{nombre de paquets} \leq 2$.

² S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Problema 4

A l'escola de la Sofia han contractat uns operaris per a construir un sorral de forma rectangular al patí dels més petits. Per fer la tanca disposen de 14 taulons de fusta d'1 m cadascun, que aniran col·locant fins a deixar la tanca del sorral ben tancada. La directora ja els ha avisat que no poden tallar els taulons.

Q17. Si es volen utilitzar tots els taulons disponibles, quines són les dimensions de la tanca del sorral que podran construir amb àrea màxima de joc? Digueu quina seria la longitud dels costats de la tanca i quina seria l'àrea de joc. Justifiqueu les respostes. Si us cal, podeu utilitzar la malla de punts següent.

Resposta:

Longituds dels costats de la tanca: 3m i 4m

Àrea de joc del sorral: 12m²

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

- Es dibuixen els tres rectangles diferents de perímetre 14 m i es donen les longituds dels seus costats i les seves àrees: 1 m x 6 m = 6 m², 2 m x 5 m = 10 m² i 3 m x 4 m = 12 m². I, finalment, es tria el rectangle de 3 m x 4 m.
- Es descompon additivament el nombre 14 per esbrinar els possibles valors dels costats del rectangles i es calcula l'àrea d'aquests. Finalment, es tria el rectangle de costat 3 m i 4 m.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada³

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, però:
 - Es respon parcialment a les preguntes (es dona la longitud dels costats però no l'àrea de joc del sorral, o a l'inrevés).
 - Es tallen els taulons per la meitat i s'aconsegueix construir un sorral quadrat de 3,5 m de costat i àrea 3,5 m x 3,5 m = 12,25 m².

³ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Q18. La directora els explica que, perquè el sorral dreni l'aigua correctament, sota la sorra hi han de posar unes làmines de drenatge. Les làmines que tenen són quadrades i mesuren 25 dm^2 cadascuna. Quantes làmines necessitaran per a cobrir l'àrea de tot el sorral? Justifiqueu la resposta.

Resposta: 48 làmines de drenatge o 48 làmines o 48

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

- S'especifica que 1 m^2 equival a 100 dm^2 , per tant, per a cada m^2 necessitarem 4 peces de malla. Com que la superfície del rectangle és de 12 m^2 , necessitarem $12 \times 4 = 48$ làmines.
- Es converteixen els metres a decímetres i es calcula la superfície del sorral en aquesta unitat: $30 \text{ dm} \times 40 \text{ dm} = 1200 \text{ dm}^2$. Després es fa la divisió $1200 \text{ dm}^2 / 25 \text{ dm}^2 = 48$ làmines.
- Es dibuixa el rectangle de $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ i es subdivideix en 12 quadrats. Aquest 12 quadrats es subdivideix en 4 parts que representen les 4 peces de làmines necessàries per cobrir-ho. Es fa el recompta total per donar resposta.

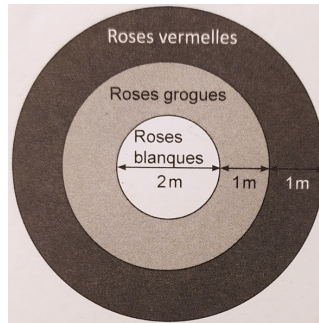
1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada⁴

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, però:
 - Es cometen errades de càlcul, dins d'un interval acceptable següent: $46 \leq \text{nombre de làmines de drenatge} \leq 50$.
 - S'utilitza com a referència el sorral quadrat de $3,5 \text{ m} \times 3,5 \text{ m}$.

⁴ S'exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s'ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s'han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Problema 5

A la plaça del poble de la Maria hi ha una gran jardinera circular. A vista de dron, la jardinera es veu com la de la figura següent:



A la zona central hi ha un cercle de 2 m de diàmetre ple de roses blanques. La zona intermèdia és una corona circular d'1 m d'ample plena de roses grogues. I la zona exterior és també una corona circular d'1 m d'ample plena de roses vermelles. El jardiner de l'Ajuntament del poble es cuida diàriament que totes les roses de la jardinera tinguin sempre la mateixa alçària.

Q19. Un dia de primavera, una abella sobrevola la jardinera i s'atura, a l'atzar, sobre una de les roses. Quina és la probabilitat que l'abella s'aturi sobre una rosa groga? Justifiqueu la resposta.

Resposta: $P(\text{aturar-se a rosa groga}) = \frac{3\pi}{9\pi} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0,3\hat{3}$ (admetent com a resposta vàlida 0,3 o 0,33...)

Justificació: Exemples de processos de resolució considerats correctes:

1,5 punts: Dona les dues resposta correctes i fa servir un procés de resolució correcte

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment correcte per al càlcul de la probabilitat que l'abella es pari sobre una rosa groga, per exemple:

- Es calcula l'àrea total de la jardinera de radi 3 m: $\pi 3^2 = 9\pi$
 - Es calcula també l'àrea de la zona amb roses grogues com la diferència entre l'àrea del cercle gran i la del petit: $\pi 2^2 - \pi 1^2 = 3\pi$
- I, finalment es determina que la probabilitat que l'abella s'aturi sobre una rosa groga correspon a: $\frac{3\pi}{9\pi} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = 0,3\hat{3}$.

Q20. Digueu si l’afirmació següent és vertadera o falsa: «És més probable que l’abella s’aturi sobre una rosa blanca o groga que sobre una rosa vermella». Justifiqueu la resposta.

L’afirmació és **falsa**

Justificació: Exemples de processos de resolució per a justificar la falsedat de l’afirmació:

1,5 punts: Es fa servir un procés de resolució correcte per a justificar que l’afirmació és falsa

Es dona i justifica la resposta explicitant un procediment correcte per al càlcul de la probabilitat que l’abella es pari sobre una rosa blanca o groga i la que es pari en una rosa vermella, per exemple:

- Es calculen les probabilitats respectives i es comparen les dues probabilitats per comprovar la falsedat de l’afirmació:

- Es calcula l’àrea de la zona blanca més la de la zona groga, que correspon a l’àrea del cercle de radi 2 m i, per tant, resulta $4\cdot\pi$.

Es calcula també l’àrea total de la jardinera, que correspon a l’àrea del cercle de radi 3m, per tant, $9\cdot\pi$. I, es raona i calcula que la:

$$P(\text{aturar-se sobre una rosa blanca o groga}) = 4\cdot\pi/9\cdot\pi = 4/9 = 0, \hat{4}$$

- Se segueix un procediment similar per a calcular:

$$P(\text{aturar-se sobre una rosa vermella}) = 5\cdot\pi/9\cdot\pi = 5/9 = 0, \hat{5}$$

- Així doncs, es conclou que l’afirmació és falsa ja que $0, \hat{4} < 0, \hat{5}$

- Es calculen les dues àrees correctament i es conclou que com que l’àrea de la zona vermella és més gran que l’àrea de la zona groga més la de la zona blanca, la probabilitat que l’abella s’aturi en una rosa vermella és major. Per tant, l’afirmació és falsa.

1 punt: Fa servir un procés de resolució correcte i acaba donant una resposta aproximada⁵

- Es consideren correctes els mateixos processos de resolució que en el cas anterior, però:
 - No s’arriba a explicitar la comparació de les dues probabilitats o de les dues àrees circulars per justificar que l’afirmació és falsa.
 - O bé, hi ha un error en l’aproximació decimal que no permet concloure sobre la veracitat o falsedat de l’afirmació.

⁵ S’exemplifica la tipologia de respostes i processos de resolució als quals s’ha assignat **1 punt** per a informar de les respostes que s’han considerat dins un interval de respostes aproximades acceptades.

Taula de conversió de les qualificacions

Qualificació sobre 25	Qualificació sobre 10	Qualificació final arrodonida
0	0,0	0
0,5	0,2	0
1	0,4	0,5
1,5	0,6	0,5
2	0,8	1
2,5	1,0	1
3	1,2	1
3,5	1,4	1,5
4	1,6	1,5
4,5	1,8	2
5	2,0	2
5,5	2,2	2
6	2,4	2,5
6,5	2,6	2,5
7	2,8	3
7,5	3,0	3
8	3,2	3
8,5	3,4	3,5
9	3,6	3,5
9,5	3,8	4
10	4,0	4
10,5	4,2	4
11	4,4	4,5
11,5	4,6	4,5
12	4,8	5
12,5	5,0	5
13	5,2	5
13,5	5,4	5,5
14	5,6	5,5
14,5	5,8	6
15	6,0	6
15,5	6,2	6
16	6,4	6,5
16,5	6,6	6,5
17	6,8	7
17,5	7,0	7
18	7,2	7
18,5	7,4	7,5
19	7,6	7,5
19,5	7,8	8
20	8,0	8
20,5	8,2	8
21	8,4	8,5
21,5	8,6	8,5
22	8,8	9
22,5	9,0	9
23	9,2	9
23,5	9,4	9,5
24	9,6	9,5
24,5	9,8	10
25	10,0	10